

i は虚数単位とする. 3つの複素数の積

$$\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$$

を計算すると (あ) である. ただし, \sin , \cos を用いずに答えること.

(23 茨城大 後 工 1(1))

【答】

(あ)
$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

【解答】

極形式で表された積なので

$$\begin{aligned} & \left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \cos \left(\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{9} + \frac{\pi}{3}\right) + i \sin \left(\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{9} + \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \qquad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である.