

以下の和

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{6 \cdot 8}$$

を計算しなさい。

(23 福島大 後 共生システム理工 1(3))

---

【答】  $\frac{69}{112}$

---

【解答】

与えられた和は

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{6 \cdot 8} \\
 &= \sum_{k=1}^6 \frac{1}{k(k+2)} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{56 + 28 - 8 - 7}{7 \cdot 8} \\
 &= \frac{69}{112} \quad \cdots\cdots(\text{答})
 \end{aligned}$$

である。