数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = 3n - 2$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ であるとき，

$$a_1,\ a_2,\ a_3 \text{ を第 1 群},\quad a_4,\ a_5,\ a_6,\ a_7,\ a_8,\ a_9 \text{ を第 2 群},\quad \cdots$$

のように，第 m 群が $3m$ 個の項を含むように数列 $\{a_n\}$ を群に分ける．

$$a_1, a_2, a_3 \mid a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9 \mid a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{15}, a_{16}, a_{17}, a_{18} \mid a_{19},\ \cdots$$

(1) 第 6 群の最初の数は $\boxed{\text{アイウ}}$ である．

(2) 第 6 群の総和は $\boxed{\text{エオカキ}}$ である．

(3) 2023 は第 $\boxed{\text{クケ}}$ 群の $\boxed{\text{コサ}}$ 番目の数である．

(23 金沢工大 A2 日目 4)

【答】

アイウ	エオカキ	クケ	コサ
136	2907	21	45

【解答】

(1) 第 6 群の最初の項は数列 $\{a_n\}$ の

$$3(1+2+3+4+5)+1 = 3\cdot\frac{5\cdot 6}{2}+1 = 46 \text{ (項目)}$$

の数であるから

$$a_{46} = 3\cdot 46 - 2 = \mathbf{136} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(2) 第 6 群の最後の項は数列 $\{a_n\}$ の

$$3(1+2+3+4+5+6) = 3\cdot\frac{6\cdot 7}{2} = 63 \text{ (項目)}$$

の数であるから

$$a_{63} = 3\cdot 63 - 2 = 187$$

である．数列 $\{a_n\}$ は等差数列であり，$3\cdot 6 = 18$ 個の項を含む第 6 群の総和は

$$\frac{18(a_{46}+a_{63})}{2} = 9(136+187) = \mathbf{2907} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(3) 第 m 群の最後の項は数列 $\{a_n\}$ の

$$3(1+2+\cdots+m) = \frac{3m(m+1)}{2} \text{ (項目)}$$

の数であるから

$$a_{\frac{3m(m+1)}{2}} = 3\cdot\frac{3m(m+1)}{2} - 2$$

である．2023 が第 m 群にあるとすると

$$\{\text{ 第 } (m-1) \text{ 群の最後の数 }\} < 2023 \leqq (\text{第 } m \text{ 群の最後の数})$$

$$3\cdot\frac{3(m-1)m}{2} - 2 < 2023 \leqq 3\cdot\frac{3m(m+1)}{2} - 2$$

$$(m-1)m < \frac{2\cdot 2025}{9} < m(m+1)$$

$$(m-1)m < 450 < m(m+1)$$

$20\cdot 21 = 420$，$21\cdot 22 = 462$ より $m = 21$ である．

さらに，2023 が第 21 群の k 番目にあるとすると，数列 $\{a_n\}$ は公差 3 の等差数列であるから

$$
\begin{aligned}
2023 &= (\text{第 20 群の最後の数}) + 3k \\
2023 &= \left(3 \cdot \frac{3 \cdot 20 \cdot 21}{2} - 2\right) + 3k \\
2023 &= 1888 + 3k \\
\therefore \quad k &= \frac{2023 - 1888}{3} = 45
\end{aligned}
$$

である．以上より，2023 は

第 **21** 群の **45** 番目の数 ……(答)

である．