$f(x) = x^4$ とする．$f(x)$ の $x = a$ における微分係数を，定義に従って求めなさい．計算過程も記述しなさい．

(23 慶應大 理工 1(1))

【答】 $f'(a) = 4a^3$

【解答】

$f(x) = x^4$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ は

$$
\begin{aligned}
f'(a) &= \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{(微分係数の定義)} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{(a+h)^4 - a^4}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{4a^3h + 6a^2h^2 + 4ah^3 + h^4}{h} \quad (\because \text{ 二項定理}) \\
&= \lim_{h \to 0} (4a^3 + 6a^2h + 4ah^2 + h^3) \\
&= \boldsymbol{4a^3} \qquad \cdots\cdots(\text{答})
\end{aligned}
$$

である．