次の定積分の値を求めよ.

$$\int_0^4 |x^2-2x-3|\,dx$$

(23 中央大 経済 1(6))

---

【答】 $\dfrac{34}{3}$

---

【解答】

$$\begin{aligned}|x^2-2x-3| &= |(x+1)(x-3)| \\ &= \begin{cases} x^2-2x-3 & (x \leqq -1,\ 3 \leqq x \text{ のとき}) \\ -(x^2-2x-3) & (-1 \leqq x \leqq 3 \text{ のとき}) \end{cases}\end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned}\int_0^4 |x^2-2x-3|\,dx &= \int_0^3 -(x^2-2x-3)\,dx + \int_3^4 (x^2-2x-3)\,dx \\ &= -\left[\frac{x^3}{3}-x^2-3x\right]_0^3 + \left[\frac{x^3}{3}-x^2-3x\right]_3^4 \\ &= -2\times(9-9-9)+0+\left(\frac{64}{3}-16-12\right) \\ &= 18-\frac{20}{3} \\ &= \boldsymbol{\frac{34}{3}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})\end{aligned}$$

である.