次の定積分を求めよ．

$$\int_1^3 |x^2-6x+8|\,dx = \boxed{\text{ア}}$$

(23 国士館大 理工・政経・法・文・アジア・経営 2(1))

【答】

ア
2

【解答】

$$\begin{aligned}|x^2-6x+8| &= |(x-4)(x-2)| \\ &= \begin{cases} x^2-6x+8 & (x \leqq 2,\ 4 \leqq x \text{ のとき}) \\ -(x^2-6x+8) & (2 \leqq x \leqq 4 \text{ のとき}) \end{cases}\end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned}\int_1^3 |x^2-6x+8|\,dx &= \int_1^2 (x^2-6x+8)\,dx + \int_2^3 -(x^2-6x+8)\,dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3}-3x^2+8x\right]_1^2 - \left[\frac{x^3}{3}-3x^2+8x\right]_2^3 \\ &= 2\left(\frac{8}{3}-12+16\right) - \left(\frac{1}{3}-3+8\right) - (9-27+24) \\ &= 2\cdot\frac{20}{3} - \frac{16}{3} - 6 \\ &= \mathbf{2}\end{aligned}$$

……(答)

である．