

関数 $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$ について、次の問いに答えよ。

- (i) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
 (ii) 点 $(0, -3)$ から放物線 $y = f(x)$ に引いた接線のうち、傾きが正である接線 ℓ の方程式を求めよ。
 (iii) 放物線 $y = f(x)$ 、接線 ℓ および y 軸によって囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(23 東北学院大 文系・情報 B 4)

【答】

(i) $f'(x) = 4x - 6$

(ii) $y = 2x - 3$

(iii) $S = \frac{16}{3}$

【解答】

$$f(x) = 2x^2 - 6x + 5$$

- (i) 微分すると

$$f'(x) = 4x - 6 \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (ii) 放物線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, 2t^2 - 6t + 5)$ における接線の方程式は

$$y = (4t - 6)(x - t) + 2t^2 - 6t + 5$$

$$\therefore y = (4t - 6)x - 2t^2 + 5$$

であり、これが点 $(0, -3)$ を通る条件は

$$-3 = -2t^2 + 5$$

$$2t^2 = 8 \quad \therefore t = \pm 2$$

傾きが正となるのは $4t - 6 > 0$ 、すなわち、 $t > \frac{3}{2}$ のときであり

$$t = 2$$

である。よって、求める接線 ℓ の方程式は

$$y = 2x - 3 \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (iii) 与えられた図形は右図の斜線部分であり、面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 \{f(x) - (2x - 3)\} dx \\ &= \int_0^2 2(x - 2)^2 dx \\ &= 2 \left[\frac{(x - 2)^3}{3} \right]_0^2 \\ &= \frac{16}{3} \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

