次の極限を求めよ.

(i) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\{\log(x+2)-\log x\}$

(ii) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}x\{\log(x+2)-\log x\}$

(23 茨城大 工 1(1))

【答】

(i) 0

(ii) 2

【解答】

(i) 式をまとめると

$$\lim_{x\to\infty}\{\log(x+2)-\log x\}=\lim_{x\to\infty}\log\left(1+\frac{2}{x}\right)=\mathbf{0} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である.

(ii) 式を整理すると

$$\begin{aligned}\lim_{x\to\infty}x\{\log(x+2)-\log x\}&=\lim_{x\to\infty}\log\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}\\&=\lim_{x\to\infty}2\log\left(1+\frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}}\\&=2\log e\quad(\because\ e\text{ の定義})\\&=\mathbf{2}\end{aligned} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である.