関数 $f(x) = e^{x^2}$ の $x = 1$ における微分係数は $f'(1) = \boxed{（え）}$ であり，関数 $g(x) = \sqrt{ex} - ex\ (x > 0)$ の $x = e$ における微分係数は $g'(e) = \boxed{（お）}$ である．

また，関数 $h(x)$ を合成関数 $h(x) = (g \circ f)(x)$ で定めると，曲線 $y = h(x)$ 上の点 $(1,\ h(1))$ における法線の傾きは $\boxed{（か）}$ である．

(23 茨城大 後 工 1(3))

【答】

（え）	（お）	（か）
$2e$	$\dfrac{1}{2} - e$	$\dfrac{1}{(2e-1)e}$

【解答】

$f(x) = e^{x^2}$ を微分すると

$$f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x \qquad \therefore \quad f'(1) = \boldsymbol{2e} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．$g(x) = \sqrt{ex} - ex\ (x > 0)$ を微分すると

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{ex}} \cdot e - e = \frac{\sqrt{e}}{2\sqrt{x}} - e \qquad \therefore \quad g'(e) = \boldsymbol{\frac{1}{2} - e} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

$h(x) = (g \circ f)(x)$ のとき

$$\begin{aligned} h'(x) &= \{g(f(x))\}' = g'(f(x))f'(x) \\ &= \left(\frac{\sqrt{e}}{2\sqrt{e^{x^2}}} - e\right) \cdot (2xe^{x^2}) \end{aligned}$$

$$\therefore \quad h'(1) = \left(\frac{1}{2} - e\right) \cdot (2e) = (1 - 2e)e$$

であるから，曲線 $y = h(x)$ 上の点 $(1,\ h(1))$ における法線の傾きは

$$-\frac{1}{h'(1)} = \boldsymbol{\frac{1}{(2e-1)e}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．