

関数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$ の不定積分は、 $\int f(x) dx = \boxed{\text{う}} + C$ である。ただし、 C は積分定数とする。

(23 宮崎大 工 1(3))

【答】

う
$\frac{1}{3}(x-1)\sqrt{2x+1}$

【解答】

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$$

$$t = \sqrt{2x+1} \text{ とおくと}$$

$$x = \frac{t^2-1}{2} \quad \text{より} \quad dx = t dt$$

であるから

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \frac{t^2-1}{2t} \cdot t dt \\ &= \int \frac{t^2-1}{2} dt \\ &= \frac{1}{6}t^3 - \frac{1}{2}t + C \quad (C \text{ は積分定数}) \\ &= \frac{1}{6}t(t^2-3) + C \\ &= \frac{1}{6}\sqrt{2x+1}\{(2x+1)-3\} + C \\ &= \frac{1}{3}(x-1)\sqrt{2x+1} + C \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。