

定積分 $\int_{-3}^5 \frac{3x}{\sqrt{6-x}} dx$ を求めよ.

(23 岡山県大 中 情報工 4(2))

【答】 20

【解答】

$$I = \int_{-3}^5 \frac{3x}{\sqrt{6-x}} dx$$

とおく. $\sqrt{6-x} = t$ とおくと

$$6-x=t^2 \quad \therefore \quad -dx=2t dt \quad \begin{array}{c|c} x & -3 \longrightarrow 5 \\ \hline t & 3 \longrightarrow 1 \end{array}$$

であるから

$$\begin{aligned} I &= \int_3^1 \frac{3(6-t^2)}{t} (-2t) dt \\ &= 6 \int_1^3 (6-t^2) dt \\ &= 6 \left[6t - \frac{t^3}{3} \right]_1^3 \\ &= 6 \left(18 - 9 - 6 + \frac{1}{3} \right) \\ &= 20 \end{aligned}$$

……(答)

である.