

不定積分  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x-1}} dx$  を求めよ.

(23 岩手大 理工 4(1))

【答】  $\frac{2\sqrt{x-1}}{15}(3x^2 + 4x + 8) + C$  ( $C$  は積分定数)

【解答】

$\sqrt{x-1} = t$  とおくと

$$x = t^2 + 1 \text{ であり } dx = 2t dt$$

である. よって

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2}{\sqrt{x-1}} dx &= \int \frac{(t^2+1)^2}{t} \cdot 2t dt \\ &= 2 \int (t^4 + 2t^2 + 1) dt \\ &= 2 \left( \frac{1}{5}t^5 + \frac{2}{3}t^3 + t \right) + C \quad (C \text{ は積分定数}) \\ &= \frac{2t}{15}(3t^4 + 10t^2 + 15) + C \\ &= \frac{2\sqrt{x-1}}{15}\{3(x-1)^2 + 10(x-1) + 15\} + C \\ &= \frac{2\sqrt{x-1}}{15}(3x^2 + 4x + 8) + C \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.