

$$\int \frac{1}{x\sqrt{1-x}} dx$$

(23 広島市大 後 情報科学 1(3)(i))

【答】 $\log \left| \frac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{1-x}+1} \right| + C$ (C は積分定数)

【解答】

$$I = \int \frac{1}{x\sqrt{1-x}} dx$$

とおく. $t = \sqrt{1-x}$ とおくと

$$t^2 = 1-x \quad \therefore \quad 2t dt = -dx$$

であるから

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{1}{(1-t^2)t} (-2t) dt \\ &= \int \frac{2}{t^2-1} dt \\ &= \int \frac{2}{(t-1)(t+1)} dt \\ &= \int 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt \\ &= \log |t-1| - \log |t+1| + C \quad (C \text{ は積分定数}) \\ &= \log \left| \frac{t-1}{t+1} \right| + C \\ &= \log \left| \frac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{1-x}+1} \right| + C \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である.