

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cos^2 x dx$$

(23 広島市大 情報科学 1(3)(ii))

---

【答】  $\frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{64}$

---

【解答】

$$\sin^2 x \cos^2 x = \left(\frac{\sin 2x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{1 - \cos 4x}{8}$$

であるから

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cos^2 x dx &= \frac{1}{8} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 - \cos 4x) dx \\ &= \frac{1}{8} \left[ x - \frac{\sin 4x}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{3}} \\ &= \frac{1}{8} \left\{ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{4} \cdot \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\} \\ &= \frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{64} \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。