

定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^5 x dx$  を求めよ.

(23 東京都市大 情報工・建築・理工 2(3))

【答】  $\frac{8}{105}$

【解答】

置換積分法を用いると

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^5 x dx \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x (1 - \sin^2 x)^2 \cos x dx \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x - 2\sin^4 x + \sin^6 x) \cdot (\sin x)' dx \\
 &= \left[ \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{2}{5} \sin^5 x + \frac{1}{7} \sin^7 x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{1}{7} \\
 &= \frac{35 - 42 + 15}{3 \cdot 5 \cdot 7} \\
 &= \frac{8}{105}
 \end{aligned}$$

……(答)

である.