$$\int_{e}^{e^2} \log\sqrt{x}\,dx = \boxed{\text{（さ）}}$$

(23 茨城大 後 工 1(5)(iii))

【答】

（さ）
$\frac{1}{2}e^2$

【解答】

部分積分法を用いる.

$$\begin{aligned}
\int_{e}^{e^2} \log\sqrt{x}\,dx &= \int_{e}^{e^2} \frac{1}{2}\log x\,dx \\
&= \left[\frac{x}{2}\cdot\log x\right]_{e}^{e^2} - \int_{e}^{e^2} \frac{x}{2}\cdot\frac{1}{x}\,dx \\
&= \frac{e^2}{2}\cdot 2 - \frac{e}{2}\cdot 1 - \left[\frac{x}{2}\right]_{e}^{e^2} \\
&= e^2 - \frac{e}{2} - \left(\frac{e^2}{2} - \frac{e}{2}\right) \\
&= \boldsymbol{\frac{e^2}{2}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})
\end{aligned}$$

である.