50 円硬貨 4 枚と 100 円硬貨 5 枚を同時に投げたとき，表が出た硬貨の合計金額が 500 円未満となる確率を求めよ．

(23 三重大 後 工 1(4))

【答】 $\dfrac{431}{512}$

【解答】

表が出た硬貨の合計金額が 500 円以上となるのは

(i) 100 円硬貨 5 枚すべてが表である (50 円硬貨の表裏は任意である)．

(ii) 100 円硬貨 4 枚が表であり，50 円硬貨 2 枚以上が表である．

(iii) 100 円硬貨 3 枚が表であり，50 円硬貨 4 枚すべてが表である．

のいずれかである．それぞれの確率は

(i) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^5 \times 1^5 = \dfrac{1}{2^5}$

(ii) $${}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \times \left\{{}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + {}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right) + {}_4\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}$$
$$= \frac{5}{2^5} \cdot \left(\frac{6}{2^4} + \frac{4}{2^4} + \frac{1}{2^4}\right)$$
$$= \frac{55}{2^9}$$

(iii) ${}_5\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 = \dfrac{10}{2^9}$

である．

よって，求める確率は

$$1 - \left(\frac{1}{2^5} + \frac{55}{2^9} + \frac{10}{2^9}\right) = 1 - \frac{81}{2^9} = \boldsymbol{\frac{431}{512}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．