

赤玉 4 個と白玉 5 個の入った、中の見えない袋がある。玉はすべて、色が区別できる他には違いはないものとする。A, B の 2 人が、A から交互に、袋から玉を 1 個ずつ取り出すゲームを行う。ただし取り出した玉は袋の中に戻さない。A が赤玉を取り出したら A の勝ちとし、その時点でゲームを終了する。B が白玉を取り出したら B の勝ちとし、その時点でゲームを終了する。袋から玉がなくなったら引き分けとし、ゲームを終了する。

- (1) このゲームが引き分けとなる確率を求めよ。
 (2) このゲームに A が勝つ確率を求めよ。

(23 東北大理 1 文 1)

【答】

- (1) $\frac{1}{126}$
 (2) $\frac{38}{63}$

【解答】

玉はすべて区別して考える。

- (1) このゲームが引き分けとなるのは、A, B が交互に

「白赤白赤白赤白赤白」

と玉を取り出すときである。求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} \\ &= \frac{5!4!}{9!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} \\ &= \frac{1}{126} \end{aligned}$$

……(答)

である。

- (2) このゲームに A が勝つ玉の取り出し方は

- (i) 「赤」
 (ii) 「白赤赤」
 (iii) 「白赤白赤赤」
 (iv) 「白赤白赤白赤赤」

の 4 通りがある。これらは排反であり、求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{4}{9} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{4}{9} + \frac{5}{3 \cdot 2 \cdot 7} + \frac{2}{9 \cdot 7} + \frac{1}{9 \cdot 2 \cdot 7} \\ &= \frac{56 + 15 + 4 + 1}{9 \cdot 2 \cdot 7} \\ &= \frac{38}{63} \end{aligned}$$

……(答)

である。