

袋 A には白玉 4 個，赤玉 2 個，袋 B には白玉 5 個，赤玉 3 個が入っている。
以下の問いに答えよ。ただし，答えが分数になるときは既約分数で答えよ。

- (1) 袋 A から玉を 1 個取り出す。このとき，取り出した玉が白玉である確率を求めよ。
- (2) 袋 A から玉を 1 個取り出し，それをもとに戻さないで，続いて袋 A から玉をもう 1 個取り出す。このとき，取り出した玉が 2 個とも白玉である確率を求めよ。
- (3) 袋 A から玉を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻す。この試行を 5 回続けて行うとき，5 回目に 3 度目の白玉が出る確率を求めよ。
- (4) 袋 A から 1 個の玉を取り出して袋 B に入れ，よくかき混ぜる。次に，袋 B から 1 個の玉を取り出して袋 A に入れる。このとき，袋 A の白玉の個数が 4 個である確率を求めよ。
- (5) 袋 A から 1 個の玉を取り出して袋 B に入れ，よくかき混ぜる。次に，袋 B から 1 個の玉を取り出して袋 A に入れ，よくかき混ぜる。そして，袋 A から 1 個の玉を取り出すとき，それが白玉である確率を求めよ。

(23 豊橋技科大 4)

【答】

- (1) $\frac{2}{3}$
- (2) $\frac{2}{5}$
- (3) $\frac{16}{81}$
- (4) $\frac{16}{27}$
- (5) $\frac{107}{162}$

【解答】

- (1) 袋 A には白玉 4 個，赤玉 2 個が入っているから，白玉を取り出す確率は

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (2) 玉を戻さないことに注意すると，求める確率は

$$\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (3) 5 回の反復試行で 4 回目までに白玉が 2 回出て，5 回目に 3 度目の白玉が出る確率であるから

$${}^4C_2 \left(\frac{4}{6} \right)^2 \left(\frac{2}{6} \right)^2 \times \frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{2^2}{3^4} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (4) 袋 A から 1 個の玉を取り出して袋 B に入れ，次に，袋 B から 1 個の玉を取り出して袋 A に入れるとき，袋 A の白玉の個数が 4 個であるのは，2 回取り出す玉が同色のときである。よって，求める確率は

$$\frac{4}{6} \times \frac{6}{9} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{9} = \frac{12+4}{3 \cdot 9} = \frac{16}{27} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

(5) 袋 A から 1 個の玉を取り出して袋 B に入れ、次に、袋 B から 1 個の玉を取り出して袋 A に入れるとき、袋 A の白玉の個数は 3 個、4 個、5 個のいずれかである。

$$\text{3 個である確率は } \frac{4}{6} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{9},$$

$$\text{4 個である確率は } \frac{16}{27} \quad (\because (4)),$$

$$\text{5 個である確率は } \frac{2}{6} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{27}$$

である。

よって、3 回目に袋 A から白玉を取り出す確率は

$$\frac{2}{9} \times \frac{3}{6} + \frac{16}{27} \times \frac{4}{6} + \frac{5}{27} \times \frac{5}{6} = \frac{18 + 64 + 25}{27 \cdot 6} = \frac{107}{162} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。