

数直線上の点 P が原点 O から出発し、硬貨を投げて表ならば +1, 裏ならば -1 だけ動く。このとき、次の問いに答えよ。

- (i) 硬貨を 10 回投げて、点 P がちょうど原点 O にある確率を求めよ。
 (ii) 硬貨を 8 回投げて、点 P が原点 O に 4 回戻ってくる確率を求めよ。
 (iii) 硬貨を 6 回投げて、点 P が原点 O に 2 回だけ戻ってくる確率を求めよ。

(23 東北学院大 文系・情報 B 5)

【答】

- (i) $\frac{63}{256}$
 (ii) $\frac{1}{16}$
 (iii) $\frac{1}{8}$

【解答】

点 P は原点から出発する。

- (i) 硬貨を 10 回投げて、点 P がちょうど原点 O にあるのは、表が 5 回、裏が 5 回するときである。このときの確率は

$${}_{10}C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{2^{10}} = \frac{63}{256} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (ii) 硬貨を 8 回投げて、点 P が原点 O に 4 回戻ってくるのは、○○を「表裏」または「裏表」のいずれかとおくと

○○ | ○○ | ○○ | ○○ |

のときある。○○となる確率は

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

表 裏 裏 表

であるから、求める確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (iii) 硬貨を 6 回投げて、点 P が原点 O に 2 回だけ戻ってくるのは○○を「表裏」または「裏表」のいずれか、○○○○を「表表裏裏」または「裏裏表表」のいずれかとおくと

○○ | ○○○○ | または ○○○○ | ○○ |

のいずれかである。これらは排反であり、○○○○となる確率は

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

表 表 裏 裏 裏 裏 表 表

であるから、求める確率は

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。