

1個のさいころを投げ、1, 2の目が出たら「成功」、3, 4, 5, 6の目が出たら「失敗」とする。この試行を繰り返し行い、合計で3回失敗するか、合計で3回成功したら終了とする。

- (1) 1回も成功せずに終了する確率を求めよ。
- (2) 2回だけ成功して終了する確率を求めよ。
- (3) 3回成功して終了する確率を求めよ。

(23 金沢工大 B 3)

【答】

- (1)  $\frac{8}{27}$
- (2)  $\frac{16}{81}$
- (3)  $\frac{17}{81}$

【解答】

- (1) 1回も成功せずに終了するのは、3回続けて失敗するときであるから、求める確率は

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (2) 2回だけ成功して終了するのは、4回目までに2回成功2回失敗し、5回目に失敗するときであるから、求める確率は

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{2^3}{3^5} = \frac{16}{81} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (3) (1), (2) の利用を考える。

1回だけ成功して終了するのは、3回目までに1回成功2回失敗し、4回目に失敗するときであるから、その確率は

$${}_3C_1 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3} = 3 \cdot \frac{2^3}{3^4} = \frac{8}{27}$$

よって、3回失敗して終了する確率は、(1), (2) も考慮し

$$\frac{8}{27} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} = \frac{64}{81}$$

成功0回    成功1回    成功2回

であるから、3回成功して終了する確率は

$$1 - \frac{64}{81} = \frac{17}{81} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- 3回成功して終了する確率を直接求める。

- (i) 3回続けて成功する確率は

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

である。

- (ii) 3回までに2回成功1回失敗し、4回目成功して終了する確率は

$${}_3C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$$

である。

(iii) 4回までに2回成功2回失敗し、5回目成功して終了する確率は

$${}^4C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{2^2}{3^5} = \frac{8}{81}$$

である。

以上 (i), (ii), (iii) より

$$\frac{1}{27} + \frac{2}{27} + \frac{8}{81} = \frac{17}{81}$$

である。