花子さんの通う学校では，生徒会会則の一部を変更することの賛否について生徒全員が投票をすることになった．投票結果に関心がある花子さんは，身近な人たちに尋ねて下調べをしてみようと思い，各回答が賛成ならば1，反対ならば0と表すことにした．このようにして作成される n 人分のデータを x_1，x_2，$\cdots$，x_n と表す．ただし，賛成と反対以外の回答はないものとする．

例えば，10 人について調べた結果が

$$0,\ 1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1$$

であったならば，$x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ \cdots,\ x_{10} = 1$ となる．この場合，データの値の総和は8であり，平均値は $\dfrac{4}{5}$ である．

(1) データの値の総和 $x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ は $\boxed{\text{ア}}$ と一致し，平均値 $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$ は $\boxed{\text{イ}}$ と一致する．

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい．)

⓪ 賛成の人の数
① 反対の人の数
② 賛成の人の数から反対の人の数を引いた値
③ n 人中における賛成の人の割合
④ n 人中における反対の人の割合
⑤ $\dfrac{\text{賛成人数}}{\text{反対の人の数}}$ の値

(2) 花子さんは，0と1だけからなるデータの平均値と分散について考えてみることにした．

$m = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ とおくと，平均値は $\dfrac{m}{n}$ である．また，分散を s^2 で表す．

(i) s^2 は，0と1の個数に着目すると

$$s^2 = \frac{1}{n}\left\{ \boxed{\text{ウ}} \left(1 - \frac{m}{n}\right)^2 + \boxed{\text{エ}} \left(0 - \frac{m}{n}\right)^2 \right\} = \boxed{\text{オ}}$$

と表すことができる．

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい．)

⓪ n	① m	② $(n-m)$	③ $\dfrac{m}{n}$
④ $\left(1 - \dfrac{m}{n}\right)$	⑤ $\dfrac{n}{2}$	⑥ $\dfrac{m}{2}$	⑦ $\dfrac{n-m}{2}$

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{m^2}{n^2}$	① $\left(1 - \dfrac{m}{n}\right)^2$	② $\dfrac{m(n-m)}{n^2}$
③ $\dfrac{m(1-m)}{n^2}$	④ $\dfrac{m(n-m)}{2n^2}$	⑤ $\dfrac{n^2 - 3mn + 3m^2}{n^2}$
⑥ $\dfrac{n^2 - 2mn + 2m^2}{2n^2}$		

(ii) $n=25$ とする．m の値によって分散 s^2 の値がどのように変わるかを調べる．s^2 が最小となるのは，m の値が $\boxed{\text{カ}}$ のときのみである．また，s^2 が最大となるのは，m の値が $\boxed{\text{キ}}$ のときのみである．

$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい．)

⓪ 0	① 12	② 13	③ 14	④ 25
⑤ 0 または 25	⑥ 12 または 13	⑦ 12 または 14	⑧ 13 または 14	
⑨ 12 または 13 または 14				

(23 共通テスト 追・再試験 I 4[1])

【答】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ
0	3	1	2	2	5	6

【解答】

(1) 賛成ならば 1，反対ならば 0 と表された n 人分のデータ x_1，x_2，$\cdots$，x_n の総和 $x_1+x_2+\cdots+x_n$ は「**賛成の人の数**」と一致し，　(⓪)　……(答)

平均値 $\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$ は「**n 人中における賛成の人の割合**」と一致する．　(③)　……(答)

(2) $m=x_1+x_2+\cdots+x_n$ とおくと，平均値 $\overline{x}$ は

$$\overline{x}=\frac{m}{n}$$

である．

(i) 分散 s^2 は 0 と 1 の個数に着目すると (m は 1 の個数 (賛成の人の数) と一致するから)

$$\begin{aligned}
s^2&=\frac{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2}{n}\\
&=\frac{1}{n}\left\{\boldsymbol{m}\left(1-\frac{m}{n}\right)^2+\boldsymbol{(n-m)}\left(0-\frac{m}{n}\right)^2\right\}\qquad(\text{順に①, ②})\qquad\cdots\cdots(\text{答})\\
&=\frac{1}{n}\left\{m\frac{(n-m)^2}{n^2}+(n-m)\frac{m^2}{n^2}\right\}\\
&=\frac{(n-m)\{(mn-m^2)+m^2\}}{n^3}\\
&=\boldsymbol{\frac{m(n-m)}{n^2}}\qquad(②)\qquad\cdots\cdots(\text{答})
\end{aligned}$$

と表すことができる．

- $\boxed{\text{オ}}$ については，分散の公式 $s^2=\overline{x^2}-\overline{x}^2$ を用いてもよい．

$$s^2=\overline{x^2}-\overline{x}^2=\frac{1^2\times m+0^2\times(n-m)}{n}-\left(\frac{m}{n}\right)^2=\frac{m(n-m)}{n^2}$$

(ii) $n=25$ のとき

$$s^2=\frac{1}{25^2}m(25-m)\quad(0\leqq m\leqq 25)$$

であるから，s^2 が最小となるのは，m の値が

「**0 または 25**」　(⑤)　……(答)

ときのみである．

　また，s^2 が最大となるのは，m の値が $\dfrac{0+25}{2}=12.5$ に近い整数のとき，すなわち

「**12 または 13**」　(⑥)　……(答)

のときのみである．