20 個の値からなるデータがあり，平均値は 9 で分散は 9 である．また，このうち 15 個の平均値は 10 で分散は 7 である．このとき，残りの 5 個の値の平均値と分散を求めよ．

(23 青森公立大 1(3))

【答】 平均値 6，分散 3

【解答】

20 個の値からなるデータのうちの 15 個の値を x_1，x_2，$\cdots$，x_{15}，残りの 5 個の値を y_1，y_2，$\cdots$，y_5 とおく．

与えられた条件は

$$\begin{cases} \dfrac{(x_1+x_2+\cdots+x_{15})+(y_1+y_2+\cdots+y_5)}{20}=9 \\ \dfrac{({x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_{15}}^2)+({y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_5}^2)}{20}-9^2=9 \\ \dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{15}}{15}=10 \\ \dfrac{{x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_{15}}^2}{15}-10^2=7 \end{cases}$$

であり，整理すると

$$\begin{cases} x_1+x_2+\cdots+x_{15}=150 \\ {x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_{15}}^2=1605 \\ 150+(y_1+y_2+\cdots+y_5)=90\cdot 20 \\ 1605+({y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_5}^2)=90\cdot 20 \end{cases}$$

であり，残り 5 個の値については

$$\begin{cases} y_1+y_2+\cdots+y_5=1800-150=30 \\ {y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_5}^2=1800-1605=195 \end{cases}$$

が成り立つ．

よって，残りの 5 個の平均値は

$$\frac{y_1+y_2+\cdots+y_5}{5}=\frac{30}{5}=\mathbf{6} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

であり，分散は

$$\frac{{y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_5}^2}{5}-6^2=\frac{195}{5}-36=39-36=\mathbf{3} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．