方程式

$$\sqrt{25\sqrt{25\sqrt{25}}} = 25^x$$

をみたすxの値を求めなさい.

(23 福島大 食農 1(3))

[答]
$$x = \frac{7}{8}$$

【解答】

底を25として指数を整理すると

$$\begin{split} 25^x &= \sqrt{25\sqrt{25\sqrt{25}}} \\ &= \sqrt{25\sqrt{25^{1+\frac{1}{2}}}} = \sqrt{25\cdot\sqrt{25^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{25\cdot25^{\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}}} = \sqrt{25\cdot25^{\frac{3}{4}}} \\ &= \sqrt{25^{1+\frac{3}{4}}} = \sqrt{25^{\frac{7}{4}}} \\ &= 25^{\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{2}} \\ &= 25^{\frac{7}{8}} \end{split}$$

となる. $f(5) = 25^x$ は単調増加な関数なので

$$x = \frac{7}{8}$$
 ······(答)

である.