次の不等式の表す領域を図示せよ．

$$\log_2(x^2+y^2-2) < 1+\log_2|y-x|$$

(23 弘前大 理工 7)

【答】 略

【解答】

$$\log_2(x^2+y^2-2) < 1+\log_2|y-x| \qquad \cdots\cdots ①$$

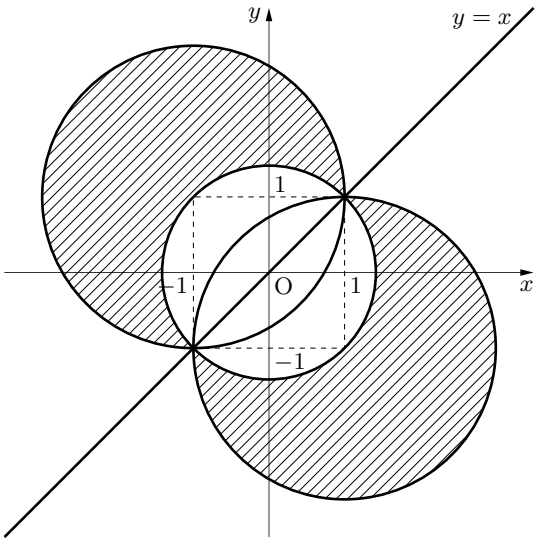
(真数) >0 から

$$\begin{cases} x^2+y^2-2>0 \\ |y-x|>0 \end{cases} \qquad \therefore \quad \begin{cases} x^2+y^2>2 \\ y \neq x \end{cases} \qquad \cdots\cdots ②$$

① は

$$\log_2(x^2+y^2-2) < \log_2 2|y-x|$$

であり，② のもとで

$$\begin{aligned} & x^2+y^2-2<2|y-x| \\ \iff & \begin{cases} x^2+y^2-2<2(y-x) & (y \geqq x \text{ のとき}) \\ x^2+y^2-2<2(x-y) & (x \geqq y \text{ のとき}) \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} (x+1)^2+(y-1)^2<4 & (y \geqq x \text{ のとき}) \\ (x-1)^2+(y+1)^2<4 & (x \geqq y \text{ のとき}) \end{cases} \qquad \cdots\cdots ③ \end{aligned}$$

よって，① の表す領域は「② かつ ③」の表す領域であり，下図の斜線部になる．ただし，境界を含まない．