

方程式

$$\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$$

をみたす x を求めなさい.

(23 福島大 後 食農 1(2))

【答】 $x = \sqrt{2}, 4$

【解答】

$$\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

真数条件, 底条件より

$$x > 0 \text{ かつ } x \neq 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

である. ②にもとで, ①の底を2にそろえると

$$\log_2 x + \frac{\log_2 2}{\log_2 x} = \frac{5}{2}$$

$$2(\log_2 x)^2 - 5\log_2 x + 2 = 0$$

$$(2\log_2 x - 1)(\log_2 x - 2) = 0$$

$$\therefore \log_2 x = \frac{1}{2}, 2$$

$$\therefore x = 2^{\frac{1}{2}}, 2^2$$

これらは②を満たすから, 求める x は

$$x = \sqrt{2}, 4 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である.