

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{7}} \text{ のとき, } \sin^6 \theta + \cos^6 \theta = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \tan^2 \theta + \frac{1}{\tan^2 \theta} = \boxed{\text{ケ}}$$

である.

(23 金沢工大 A2 日目 1(3))

【答】	キ	ク	ケ
	4	7	5

【解答】

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{7}} \text{ のとき, } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ であることもあわせると}$$

$$\begin{aligned} \sin^6 \theta + \cos^6 \theta &= (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^3 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \\ &= 1^3 - 3 \cdot \frac{1}{7} \cdot 1 \\ &= \frac{4}{7} \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$\begin{aligned} \tan^2 \theta + \frac{1}{\tan^2 \theta} &= \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \\ &= \frac{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \\ &= \frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \\ &= \frac{1^2 - 2 \cdot \frac{1}{7}}{\frac{1}{7}} \\ &= 5 \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.