△ABC において，3 辺の長さが $AB = 2\sqrt{2}$, $BC = 2$, $CA = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ であるとき，$\angle CAB = \boxed{\text{オカ}}^\circ$ であり，△ABC の面積は $\boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である．

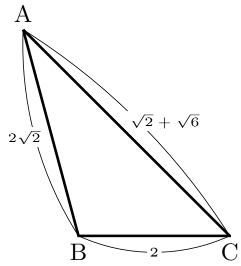
(23 金沢工大 1(2))

【答】

オカ	キ	ク
30	1	3

【解答】

△ABC において余弦定理を用いると



$$
\begin{aligned}
\cos\angle CAB &= \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} \\
&= \frac{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}+\sqrt{6})^2 - 2^2}{2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2}+\sqrt{6})} \\
&= \frac{8 + (8 + 4\sqrt{3}) - 4}{8(1+\sqrt{3})} \\
&= \frac{3+\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})} \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}
$$

$0^\circ < \angle CAB < 180^\circ$ より $\angle CAB = \mathbf{30}^\circ$ である． ……(答)

また

$$
\begin{aligned}
\triangle ABC &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin 30^\circ \\
&= \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) \cdot \frac{1}{2} \\
&= \mathbf{1 + \sqrt{3}}
\end{aligned}
$$
……(答)

である．