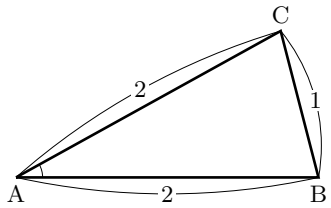
△ABC において，AB = 2，BC = 1，CA = 2 のとき，$\cos\angle\mathrm{CAB}$ の値，および $\sin\angle\mathrm{CAB}$ の値を求めよ．また，△ABC の外接円の半径 R を求めよ．

(23 金沢工大 B 1(2))

【答】 $\cos\angle\mathrm{CAB} = \dfrac{7}{8}$，$\sin\angle\mathrm{CAB} = \dfrac{\sqrt{15}}{8}$，$R = \dfrac{4\sqrt{15}}{15}$

【解答】

余弦定理を用いると



$$\begin{aligned}\cos\angle\mathrm{CAB} &= \frac{2^2+2^2-1^2}{2\cdot 2\cdot 2}\\ &= \boldsymbol{\frac{7}{8}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})\end{aligned}$$

であり

$$\begin{aligned}\sin\angle\mathrm{CAB} &= \sqrt{1-\left(\frac{7}{8}\right)^2} \quad (\because\ >0)\\ &= \boldsymbol{\frac{\sqrt{15}}{8}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})\end{aligned}$$

である．また，正弦定理より

$$R = \frac{\mathrm{BC}}{2\sin\angle\mathrm{CAB}} = \frac{1}{2\cdot\dfrac{\sqrt{15}}{8}} = \boldsymbol{\frac{4\sqrt{15}}{15}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．