$0<\alpha<\pi,\ 0<\beta<\pi,\ \tan\alpha=\frac{2}{5},\ \tan\beta=-\frac{3}{7}$  のとき,  $\tan(\alpha-\beta)$  の値を求めよ. さらに,  $\alpha-\beta$  の値を求めよ.

(23 岩手大 教育・理工・農 1(2))

[答] 
$$\tan(\alpha - \beta) = 1$$
,  $\alpha - \beta = -\frac{3}{4}\pi$ 

【解答】

 $an lpha = rac{2}{5}, \; an eta = -rac{3}{7}$  であるから,加法定理より

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{7}\right)}{1 + \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)} = \frac{14 + 15}{35 - 6} = \mathbf{1} \quad \dots (2)$$

である.

次に,  $\alpha$ ,  $\beta$  は

$$\begin{aligned} &0<\alpha<\pi,\ \tan\alpha>0\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 0<\alpha<\frac{\pi}{2}\\ &0<\beta<\pi,\ \tan\beta<0\ \ \ \ \ \ \ \ \frac{\pi}{2}<\beta<\pi\end{aligned}$$

であり,  $\alpha - \beta$  は

$$-\pi < \alpha - \beta < 0$$

となる. この範囲で  $tan(\alpha - \beta) = 1$  となる  $\alpha - \beta$  の値は

$$\alpha - \beta = -\frac{3}{4}\pi \qquad \qquad \cdots (2)$$

である.