

第 1 象限の角 α に対して, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ のとき, $\sin 4\alpha = \boxed{\text{(ウ)}}$ である.

(23 東北学院大 工・情報 B 1(3))

【答】

(ウ)
$-\frac{7\sqrt{15}}{32}$

【解答】

2 倍角の公式より

$$\begin{aligned}\sin 4\alpha &= 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha \\ &= 2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot (1 - 2 \sin^2 \alpha) \\ &= 4 \sin \alpha \cos \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha)\end{aligned}$$

α は第 1 象限の角であり, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ を満たすから

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$$

である.
よって

$$\begin{aligned}\sin 4\alpha &= 4 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{15}{16}\right) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) \\ &= -\frac{7\sqrt{15}}{32}\end{aligned}$$

……(答)

である.