a を実数とする．2 つの円 $x^2+y^2-4=0$ と $x^2+y^2-2ax-8y+16=0$ が異なる 2 点で交わっているとき，a のとり得る値の範囲は，$a<$ $\boxed{\text{コサ}}$ または $a>$ $\boxed{\text{シ}}$ である．

(23 金沢工大 1(6))

【答】

コサ	シ
-3	3

【解答】

円 $x^2+y^2-4=0$ を C_1，円 $x^2+y^2-2ax-8y+16=0$ を C_2 とおく．

$$C_1 : x^2+y^2=2^2$$
$$C_2 : (x-a)^2+(y-4)^2=a^2$$

であり，C_1，C_2 が異なる 2 点で交わるから

$$(\text{半径の差}) < (\text{中心間の距離}) < (\text{半径の和})$$
$$||a|-2| < \sqrt{a^2+4^2} < |a|+2$$

が成り立つ．各辺とも 2 乗しても同値であり

$$a^2-4|a|+4 < a^2+16 < a^2+4|a|+4$$
$$-4|a| < 12 < 4|a|$$
$$\therefore \quad -|a| < 3 < |a|$$

左の不等式はつねに成り立つから

$$3 < |a|$$
$$\therefore \quad a < \mathbf{-3} \text{ または } a > \mathbf{3} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．