双曲線 $x^2 - \dfrac{y^2}{4} = 1$ 上の点 $\left(\sqrt{2},\ 2\right)$ における接線の方程式を求めよ．

(23 茨城大 工 1(3))

【答】 $y = 2\sqrt{2}x - 2$

【解答】

求める接線の方程式は

$$\sqrt{2} \cdot x - \frac{2 \cdot y}{4} = 1$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{y = 2\sqrt{2}x - 2} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

- $x^2 - \dfrac{y^2}{4} = 1$ を x で微分すると

$$2x - \frac{y}{2} \cdot y' = 0$$

であり，$y \neq 0$ のとき，$y' = \dfrac{4x}{y}$ である．

曲線上の点 $\left(\sqrt{2},\ 2\right)$ における接線の方程式は

$$y = \frac{4\sqrt{2}}{2}(x - \sqrt{2}) + 2$$

$$\therefore \quad y = 2\sqrt{2}x - 2$$

である．