

$k$  を実数とする．座標空間内に 4 点  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(3, 0, 0)$ ,  $C(0, 1, 3)$ ,  $D(-2, k, 2)$  がある．このとき， $\overrightarrow{AB} = (\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケコ}}, \boxed{\text{サ}})$ ， $\overrightarrow{AC} = (\boxed{\text{シス}}, \boxed{\text{セソ}}, \boxed{\text{タ}})$  であり，4 点が同一平面上にあるならば  $k = \boxed{\text{チ}}$  である．

(23 金沢工大 A2 日目 1(6))

【答】	ク	ケコ	サ	シス	セソ	タ	チ
	2	-2	1	-1	-1	4	3

【解答】

$A(1, 2, -1)$ ,  $B(3, 0, 0)$ ,  $C(0, 1, 3)$ ,  $D(-2, k, 2)$  より

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (3, 0, 0) - (1, 2, -1) = (\mathbf{2}, -\mathbf{2}, \mathbf{1}) \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = (0, 1, 3) - (1, 2, -1) = (\mathbf{-1}, \mathbf{-1}, \mathbf{4}) \quad \dots\dots(\text{答})$$

である．4 点  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  が同一平面上にあるならば，実数  $s$ ,  $t$  を用いて

$$\overrightarrow{AD} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC} \quad \dots\dots (*)$$

と表すことができる．

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = (-2, k, 2) - (1, 2, -1) = (\mathbf{-3}, \mathbf{k-2}, \mathbf{3})$$

であるから

$$(*) \iff (-3, k-2, 3) = s(2, -2, 1) + t(-1, -1, 4)$$

$$\therefore \begin{cases} -3 = 2s - t & \dots\dots \textcircled{1} \\ k - 2 = -2s - t & \dots\dots \textcircled{2} \\ 3 = s + 4t & \dots\dots \textcircled{3} \end{cases}$$

①, ③ より  $s = -1$ ,  $t = 1$  であり，②に代入すると

$$k - 2 = -2(-1) - 1 \quad \therefore k = \mathbf{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である．