t を実数とする．座標空間において，3 点 A(2, 0, 1)，B(1, 4, 0)，C(0, -1, 0) によって定められる平面上に点 P(1, 1, t) があるとき，t の値を求めよ．

(23 茨城大 工 3(3))

【答】 $t = \dfrac{1}{3}$

【解答】

点 P は平面 ABC 上にあるから，実数 u, v を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = u\overrightarrow{\mathrm{AB}} + v\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

$$\therefore \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ t-1 \end{pmatrix} = u\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + v\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

と表すことができる．これより

$$\begin{cases} -1 = -u - 2v \\ 1 = 4u - v \\ t - 1 = -u - v \end{cases} \qquad \therefore \quad \begin{cases} u + 2v = 1 & \cdots\cdots ① \\ 4u - v = 1 & \cdots\cdots ② \\ t = -u - v + 1 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

①, ② より

$$u = v = \frac{1}{3}$$

③に代入して

$$t = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + 1 = \boldsymbol{\frac{1}{3}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．