

不等式

$$n < 2\sqrt{13} < n + 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

を満たす整数 n は ア である。実数 a, b を

$$a = 2\sqrt{13} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$b = \frac{1}{a} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

で定める。このとき

$$b = \frac{\text{イ} + 2\sqrt{13}}{\text{ウ}} \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

である。また

$$a^2 - 9b^2 = \text{エオカ} \sqrt{3}$$

である。

① から

$$\frac{\text{ア}}{2} < \sqrt{13} < \frac{\text{ア}}{2} + 1 \quad \dots\dots \textcircled{5}$$

が成り立つ。

太郎さんと花子さんは、 $\sqrt{13}$ について話している。

太郎：⑤ から $\sqrt{13}$ のおよその値がわかるけど、小数点以下はよくわからないね。

花子：小数点以下をもう少し詳しく調べることができないかな。

① と④ から

$$\frac{m}{\text{ウ}} < b < \frac{m+1}{\text{ウ}}$$

を満たす整数 m は キク となる。よって、③ から

$$\frac{\text{ウ}}{m+1} < a < \frac{\text{ウ}}{m} \quad \dots\dots \textcircled{6}$$

が成り立つ。

$\sqrt{13}$ の整数部分は ケ であり、② と⑥ を使えば $\sqrt{13}$ の小数第 1 位の数字は

コ，小数第 2 位の数字は サ であることがわかる。

(24 共通テスト 本試験 I・IA 1-1)

【答】

ア	イ	ウ	エオカ	キク	ケ	コ	サ
7	7	3	-56	14	3	6	0

【解答】

不等式

$$n < 2\sqrt{13} < n+1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を満たす整数 n は, $2\sqrt{13} = \sqrt{52}$, $7^2 = 49$, $8^2 = 64$ より

$$7 < \sqrt{52} < 8 \quad \therefore 7 < 2\sqrt{13} < 7+1 \quad \therefore n = 7 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である.

$$a = 2\sqrt{13} - 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$b = \frac{1}{a} \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

のとき

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2\sqrt{13} - 7} = \frac{2\sqrt{13} + 7}{(2\sqrt{13} - 7)(2\sqrt{13} + 7)} \\ &= \frac{2\sqrt{13} + 7}{52 - 49} = \frac{7 + 2\sqrt{13}}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{4} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である. また

$$\begin{aligned} a^2 - 9b^2 &= (a - 3b)(a + 3b) \\ &= \{(2\sqrt{13} - 7) - (7 + 2\sqrt{13})\} \{(2\sqrt{13} - 7) + (7 + 2\sqrt{13})\} \\ &= (-14)(4\sqrt{13}) \\ &= -56\sqrt{13} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である. ① から

$$\frac{7}{2} < \sqrt{13} < \frac{7+1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\therefore 3.5 < \sqrt{13} < 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}'$$

①, ④ から

$$\frac{7+7}{3} < \frac{7+2\sqrt{13}}{3} < \frac{7+8}{3} \quad \therefore \frac{14}{3} < b < \frac{14+1}{3}$$

であり, $\frac{m}{3} < b < \frac{m+1}{3}$ を満たす整数 m は **14** である.(答)よって, ③ から $a = \frac{1}{b}$ であり

$$\frac{3}{15} < a < \frac{14}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{6}$$

が成り立つ.

⑤' より $\sqrt{13}$ の整数部分は **3**(答)

であり, ② と ⑥ を使えば

$$\begin{aligned} \frac{3}{15} &< 2\sqrt{13} - 7 < \frac{3}{14} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{3}{15} + 7 \right) &< \sqrt{13} < \frac{1}{2} \left(\frac{3}{14} + 7 \right) \end{aligned}$$

であり

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(\frac{3}{15} + 7 \right) &= \frac{108}{2 \cdot 15} = \frac{18}{5} = 3.6 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{3}{14} + 7 \right) &= \frac{101}{2 \cdot 14} = 3.607 \cdots \end{aligned}$$

であるから, $\sqrt{13}$ の小数第 1 位の数字は **6**, 小数第 2 位の数字は **0**(答)

であることがわかる.