$(ac-bd)^2+(ad+bc)^2$ を因数分解すると $\boxed{\text{（ア）}}$ となる．

(24 東北学院大 文系・情報 A 1(1))

【答】

（ア）
$(a^2+b^2)(c^2+d^2)$

【解答】

展開し整理すると

$$\begin{aligned}(ac-bd)^2+(ad+bc)^2 &= (a^2c^2-2abcd+b^2d^2)+(a^2d^2+2abcd+b^2c^2)\\ &= a^2(c^2+d^2)+b^2(d^2+c^2)\\ &= \boldsymbol{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} \qquad \cdots\cdots\text{(答)}\end{aligned}$$

と因数分解される．

- ラグランジュの恒等式

  $$\left(\sum_{k=1}^{n} {a_k}^2\right)\left(\sum_{k=1}^{n} {b_k}^2\right)=\left(\sum_{k=1}^{n} a_kb_k\right)^2+\sum_{1\leqq i<j\leqq n}(a_ib_j-a_jb_i)^2$$

  の $n=2$ のときが本問の等式

  $$({a_1}^2+{a_2}^2)({b_1}^2+{b_2}^2)=(a_1b_1+a_2b_2)^2+(a_1b_2-a_2b_1)^2 \qquad \cdots\cdots\ (*)$$

  であり，$(*)$ はブラーマグプタ・フィボナッチの恒等式と呼ばれている．
- $(*)$ はディオファントスによって発見され，インドの数学者・天文学者であるブラーマグプタ（598 年〜668 年）によって再発見された．彼の著書『ブラーマ・スプタ・シッダーンタ』はムハンマド・アル・ファザーリによりサンスクリットからアラビア語へと翻訳され，後の 1126 年にラテン語に翻訳された．この恒等式 $(*)$ は後にフィボナッチの Liber Quadratorum (The Book of Squares) に 1125 年に現れた (wikipedia).