

$$x = \frac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}-3} \text{ であるとき, } x + \frac{1}{x} = \boxed{\text{アイウ}}, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = \boxed{\text{エオカ}},$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \boxed{\text{キクケコサ}} \text{ である.}$$

(24 金沢工大 A(1 日目) 1(1))

【答】	アイウ	エオカ	キクケコサ
	-16	254	-4048

【解答】

$$x = \frac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}-3} \text{ であるから}$$

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}-3} + \frac{\sqrt{7}-3}{\sqrt{7}+3} = \frac{(\sqrt{7}+3)^2 + (\sqrt{7}-3)^2}{(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)} \\ &= \frac{(16+6\sqrt{7}) + (16-6\sqrt{7})}{7-9} = -16 \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (-16)^2 - 2 = 254 \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (-16)^3 - 3 \cdot (-16) = -4096 + 48 = -4048 \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.