

3次関数 $f(x) = x^3 + 1$ について、次の設問に答えなさい。

- (1) $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$ の値をそれぞれ求めなさい。
- (2) $f(x)$ を因数分解しなさい。
- (3) 3次方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めなさい。
- (4) 3次方程式 $f(x) = 9$ の解をすべて求めなさい。

(24 岩手県大 ソフト情 2(1))

【答】

(1) $f(-1) = 0$, $f(0) = 1$, $f(1) = 2$

(2) $f(x) = (x+1)(x^2 - x + 1)$

(3) $x = -1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

(4) $x = 2, -1 \pm \sqrt{3}i$

【解答】

$$f(x) = x^3 + 1$$

- (1) $f(x)$ に $x = -1, 0, 1$ を代入すると

$$f(-1) = (-1)^3 + 1 = 0 \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$f(0) = 0^3 + 1 = 1 \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$f(1) = 1^3 + 1 = 2 \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (2) (1) より, $f(x)$ は $x+1$ を因数にもつことが分かり

$$f(x) = (x+1)(x^2 - x + 1) \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & & -1 & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}$$

となる。

- (3) (2) より, $f(x) = 0$ の解のすべては

$$x = -1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (4) $f(x) = 9$ を変形すると

$$x^3 + 1 = 9$$

$$(x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0$$

- となる。よって, $f(x) = 9$ の解のすべては

$$x = 2, -1 \pm \sqrt{3}i \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & 0 & -8 \\ & & 2 & 4 & 8 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 0 \end{array}$$

である。