花子さんと太郎さんは，絶対値を含む関数のグラフを考えている．

(1) 関数

$$y = \frac{1}{8}|x^2 + 2x - 8| + \frac{1}{8}(x^2 - 6x) \qquad \cdots\cdots ①$$

のグラフを考える．

(i) 2 次不等式 $x^2 + 2x - 8 < 0$ の解は $\boxed{\text{アイ}} < x < \boxed{\text{ウ}}$ である．

$\boxed{\text{アイ}} < x < \boxed{\text{ウ}}$ のとき，$x^2 + 2x - 8$ の値は負となるので，① は

$$y = -\frac{1}{8}(x^2 + 2x - 8) + \frac{1}{8}(x^2 - 6x) = -x + 1$$

と変形できる．

$x \leqq \boxed{\text{アイ}}$, $\boxed{\text{ウ}} \leqq x$ のとき，① は

$$y = \frac{1}{8}(x^2 + 2x - 8) + \frac{1}{8}(x^2 - 6x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$$

と変形できる．

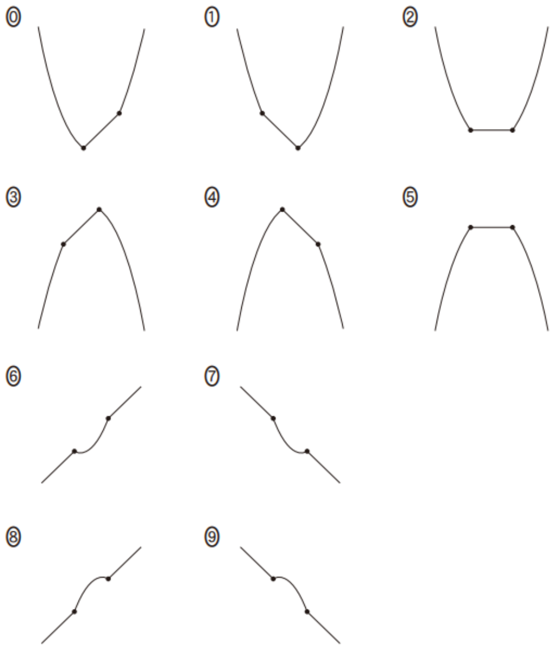
(ii) 2 次関数

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$$

のグラフの頂点の座標は $\left(\boxed{\text{エ}},\ \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)$ である．

(iii) ① のグラフは $\boxed{\boxed{\text{ク}}}$ である．

$\boxed{\boxed{\text{ク}}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つ選べ．なお，x 軸と y 軸は省略しているが，x 軸は右方向，y 軸は上方向がそれぞれ正の方向である．



(2) 花子さんと太郎さんは，(1) を振り返って，グラフのおおよその形をより簡単に知る手順を，関数

$$y = -\frac{1}{8}|x^2 - 9| - \frac{1}{8}x^2 + x \qquad \cdots\cdots ②$$

を例にして考えている．

花子：① の関数のグラフを考えるのは大変だったね．おおよその形でよいから，あまり計算せずに簡単に知ることはできないかな．

太郎：② の関数も ① の関数と同じように x^2 の項が消えて 1 次関数となるような x の値の範囲があるね．具体的には，$x^2 - 9 < 0$ となる x の値の範囲で x の係数が正の 1 次関数になっているよ．

花子：逆に $x^2 - 9 > 0$ となる x の値の範囲では，x^2 の係数が負の 2 次関数になっているよ．

太郎：それらを合わせると，② の関数のグラフは，真ん中が右上がりの直線の一部，両側が上に凸の放物線の一部になっているよ．

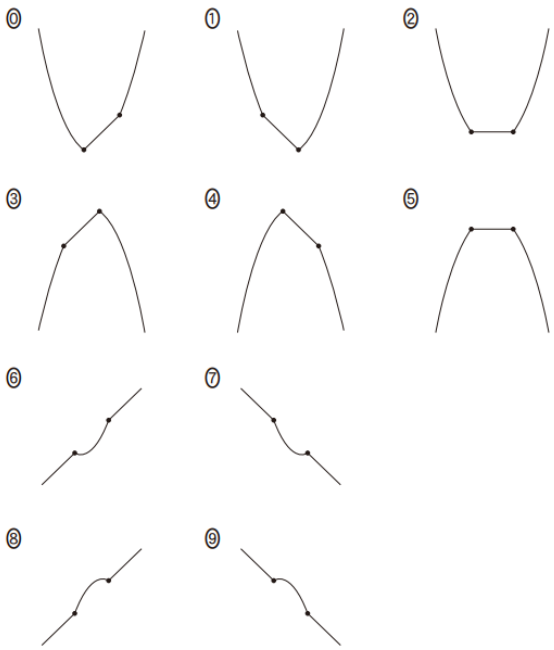
花子：このように考えていけば，あまり計算をしなくても，おおよその形は簡単にわかるね．

関数 $y = -\frac{1}{8}|x^2 - 9| - \frac{1}{8}x^2 + x$ のグラフは $\boxed{\text{ケ}}$ である．

次の関数のグラフについても考えてみよう．

- 関数 $y = \frac{1}{8}|x^2 - 9| - \frac{1}{8}x^2 + x$ のグラフは $\boxed{\text{コ}}$ である．
- 関数 $y = \frac{1}{8}|x^2 + 2\sqrt{5}x - 4| + \frac{1}{8}(x^2 + 2\sqrt{5}x)$ のグラフは $\boxed{\text{サ}}$ である．

$\boxed{\text{ケ}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．なお，x 軸と y 軸は省略しているが，x 軸は右方向，y 軸は上方向がそれぞれ正の方向である．



(24 共通テスト 追・再試験 IA2〔1〕 I3〔2〕)

【答】

アイ	ウ	エ	オカ	キ	ク	ケ	コ	サ
-4	2	1	-5	4	1	3	8	2

【解答】

(1) $$y=\frac{1}{8}|x^2+2x-8|+\frac{1}{8}(x^2-6x) \quad \cdots\cdots ①$$

(i) 2 次不等式 $x^2+2x-8<0$ の解は

$$(x+4)(x-2)<0$$
$$\therefore\quad \mathbf{-4}<x<\mathbf{2} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．$-4<x<2$ のとき，x^2+2x-8 の値は負となるので，① は

$$y=-\frac{1}{8}(x^2+2x-8)+\frac{1}{8}(x^2-6x)$$
$$=-x+1$$

と変形できる．

$x \leqq -4,\ 2 \leqq x$ のとき，① は

$$y=\frac{1}{8}(x^2+2x-8)+\frac{1}{8}(x^2-6x)$$
$$=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-1$$

と変形できる．

(ii) 2 次関数

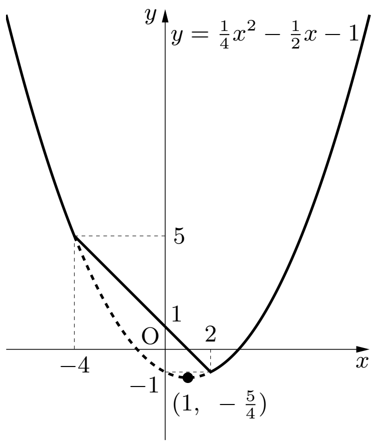
$$y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-1$$
$$=\frac{1}{4}(x-1)^2-\frac{5}{4}$$

のグラフの頂点の座標は

$$\left(\mathbf{1},\ \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{4}}\right) \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(iii) (i)，(ii) より，① のグラフは右図となる．



⓪～⑨のうちで最も適当なものは

(①) $\cdots\cdots$(答)

である．

(2) $$y=-\frac{1}{8}|x^2-9|-\frac{1}{8}x^2+x \quad \cdots\cdots ②$$

$x^2-9<0$ すなわち $-3<x<3$ の範囲では x の係数が正の 1 次関数，
$x \leqq -3,\ 3 \leqq x$ の範囲では x^2 の係数が負の 2 次関数

になっているから，② の関数のグラフは

真ん中では右上がりの直線の一部，
両側が上に凸の放物線の一部

であり，② のおおよその形は (③) である． $\cdots\cdots$(答)

さらに，関数 $y=\frac{1}{8}|x^2-9|-\frac{1}{8}x^2+x$ は

$x^2-9>0$ すなわち $x<-3,\ 3<x$ の範囲では x の係数が正の 1 次関数，
$-3 \leqq x \leqq 3$ の範囲では x^2 の係数が負の 2 次関数

になっているから，グラフは

両側では右上がりの直線の一部，
真ん中では上に凸の放物線の一部

であり，おおよその形は　(8)　である．　……(答)

最後に，関数 $y=\dfrac{1}{8}|x^2+2\sqrt{5}x-4|+\dfrac{1}{8}(x^2+2\sqrt{5}x)$ は

$x^2+2\sqrt{5}x-4<0$ すなわち $-\sqrt{5}-3<x<-\sqrt{5}+3$ の範囲では定数関数，
$x \leqq -\sqrt{5}-3$，$-\sqrt{5}+3 \leqq x$ の範囲では x^2 の係数が正の 2 次関数

になっているから，グラフは

真ん中では x 軸と平行な直線の一部，
両側では下に凸の放物線の一部

であり，おおよその形は　(2)　である．　……(答)