

自然対数の底である  $e$  が無理数であることを用いて、 $\sqrt{e}$  も無理数であることを背理法によって証明しなさい。

(24 公立千歳科技大 理工 4(2))

---

【答】 略

---

【解答】

$\sqrt{e}$  を有理数である仮定する。このとき

$$\sqrt{e} = \frac{n}{m}$$

となる互いに素な正の整数  $m, n$  が存在する。辺々平方すると

$$e = \frac{n^2}{m^2}$$

となるが、左辺  $e$  は無理数、右辺  $\frac{n^2}{m^2}$  は有理数であるから不合理である。

よって、 $\sqrt{e}$  は無理数である。

…… (証明終わり)

( $m, n$  は互いに素な正の整数)