

$I = \int_0^4 (2 - \sqrt{x})^5 dx$ を置換積分によって求めなさい.

(24 公立千歳科技大 理工 1(3))

【答】 $\frac{128}{21}$

【解答】

$$I = \int_0^4 (2 - \sqrt{x})^5 dx$$

$t = 2 - \sqrt{x}$ とおくと, $x = (2 - t)^2$ であり

$$dx = 2(2 - t) \cdot (-1) dt \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \rightarrow 4 \\ t & 2 \rightarrow 0 \end{array}$$

であるから

$$\begin{aligned} I &= \int_2^0 t^5 \cdot 2(t - 2) dt \\ &= 2 \left[\frac{t^7}{7} - 2 \cdot \frac{t^6}{6} \right]_2^0 \\ &= -2 \left(\frac{2^7}{7} - 2 \cdot \frac{2^6}{6} \right) \\ &= - \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{6} \right) \cdot 2^8 \\ &= \frac{1}{42} \cdot 2^8 \\ &= \frac{128}{21} \end{aligned}$$

……(答)

となる.