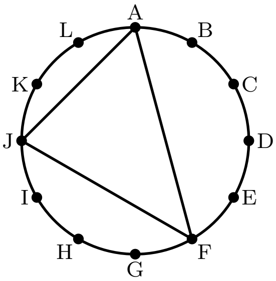
右の図に示すように，円周上に異なる 12 個の点が等間隔に並んでいるとする．それらの点から複数個を選び，アルファベット順に点を結んで多角形を作成する．このとき以下の組み合わせの総数をそれぞれ求めよ．ただし，作成した多角形同士が同じ形状だったとしても異なる点から構成されるときは異なる組み合わせと考える．



(1) 三角形を構成する点の組み合わせ．
(2) 二等辺三角形を構成する点の組み合わせ．ただし，正三角形は除くものとする．
(3) 直角三角形を構成する点の組み合わせ．
(4) 正多角形を構成する点の組み合わせ．

(24 公立鳥取環境大 2)

【答】

(1) 220
(2) 48
(3) 60
(4) 10

【解答】

(1) 三角形を構成する点の組み合わせの総数は，12 個の点から異なる 3 個の点を選ぶ選び方の総数であるから

$${}_{12}\mathrm{C}_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \mathbf{220} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(2) 二等辺三角形の頂角をなす頂点を固定した場合に，その頂点に対する底辺の選び方は，正三角形になる場合を除くと 4 通りある．二等辺三角形の頂角をなす頂点の選び方は 12 通りあるから，二等辺三角形を構成する点の組み合わせの総数は

$$4 \times 12 = \mathbf{48} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(3) 直角三角形の斜辺となるのは円の直径であり，直径となる 2 点の選び方は 6 通り．残りの点の選び方は 10 通りあるから，直角三角形を構成する点の組み合わせの総数は

$$6 \times 10 = \mathbf{60} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(4) 等間隔に円周上の点を選ぶと正多角形ができる．すなわち，等間隔に 12 個，6 個，4 個，3 個の点を使って

正十二角形が 1 通り，正六角形が 2 通り，正方形が 3 通り，正三角形が 4 通り

あるから，正多角形を構成する点の組み合わせの総数は

$$1 + 2 + 3 + 4 = \mathbf{10} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．