

ある Web サイトにログインするには 4 桁の暗証番号を入力しなければならないが、それを忘れてしまった。覚えているのは、各桁の数は 5 以上ですべて異なる数であり、末尾の 2 桁は 78 か 87 のどちらかということだけである。この Web サイトでは暗証番号は 3 回まで入力することができるが、記憶にあてはまる範囲内で手当たり次第に入力して無事にログインできる確率を求めよ。

(24 中央大 経済 1(3))

【答】  $\frac{1}{4}$

【解答】

4 桁の暗証番号は

ab78 または ab87 (a, b は 5, 6, 9 のいずれかで異なる数)

暗証番号の入力の仕方は a, b の入力に  $3 \cdot 2 = 6$  通り、末尾 2 桁の入力が 2 通りあるから

$$6 \cdot 2 = 12 \text{ 通り}$$

ある。暗証番号は 3 回まで入力することができるから、無事にログインできるの確率は、余事象を考えると

$$1 - \frac{11}{12} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{9}{10} = 1 - \frac{9}{12} = \frac{1}{4} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- 無事にログインできるのは、1 回目、2 回目、3 回目のいずれかである。それぞれの確率は

$$1 \text{ 回目でログインできる確率は } \frac{1}{12}$$

$$2 \text{ 回目でログインできる確率は } \frac{11}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{12}$$

$$3 \text{ 回目でログインできる確率は } \frac{11}{12} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{12}$$

求める確率は

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

である。

- 12 個の暗証番号すべてを並べ方と考える。正しい暗証番号が左から 3 番目以内に並んだときは無事にログインできるから、求める確率は

$$\frac{{}_3C_1 \cdot 11!}{12!} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

である。