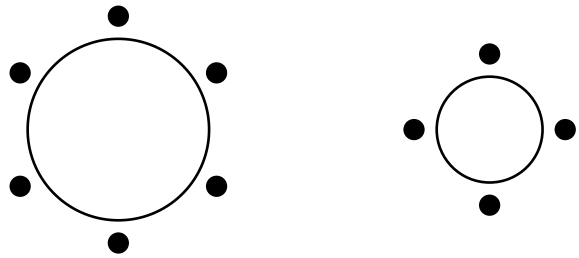
図のように，6 人が向かって座れる大きな円形のテーブルと，4 人が向かって座れる小さな円形のテーブルがある．このとき，次の問いに答えよ．



(1) 6 人の男子と 4 人の女子がくじ引きで座席を決めるとき，小さな円形のテーブルにすべて男子が座る確率を求めよ．

(2) 男子と女子それぞれ 5 人ずつがくじ引きで座席を決めるとき，どちらのテーブルも男子と女子が交互に座る確率を求めよ．

(24 東京海洋大 生命・資源 4)

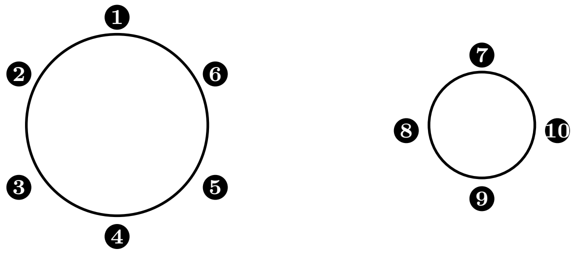
【答】

(1) $\dfrac{1}{14}$

(2) $\dfrac{1}{63}$

【解答】

図のように，大きい円形のテーブルの席に反時計回りに ❶, ❷, $\cdots$, ❻ と番号を付け，小さい円形のテーブルの席に ❼, ❽, ❾, ❿ と番号を付ける．



10 人の座席の決め方は 10! 通りあり，これらの起こり方は同様に確からしい．

(1) 小さな円形テーブルに座る男子 4 人の選び方は ${}_6\mathrm{C}_4$ 通りあり，この 4 人の座り方は 4! 通りある．残り 6 人の座り方は 6! 通りあるから，求める確率は

$$\frac{{}_6\mathrm{C}_4 \cdot 4! \times 6!}{10!} = \frac{\dfrac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot 4!}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{15}{10 \cdot 3 \cdot 7} = \boldsymbol{\frac{1}{14}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(2) 男子と女子が交互に座るのは，大きい円形のテーブルの偶数の 3 席または奇数の 3 席，小さい円形のテーブルの偶数の 2 席または奇数の 2 席の合計 5 席に男子が座り，残り 5 席に女子が座るときである．男子 5 人の座り方は $2 \cdot 2 \cdot 5!$ 通り，女子 5 人の座り方は 5! 通りあるから，求める確率は

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 5! \times 5!}{10!} = \frac{4 \cdot 5!}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{4}{3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6} = \boldsymbol{\frac{1}{63}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

- 円形のテーブルのでの座り方を円順列として数える．
  大きいテーブルに座る 6 人の選び方は ${}_{10}\mathrm{C}_6$ 通りあり，この 6 人による円順列は $(6-1)!$ 通りある．残り 4 人が小さいテーブルに座るから，その円順列は $(4-1)!$ 通りある．したがって，10 人の座り方は

$$ {}_{10}\mathrm{C}_6 \cdot (6-1)! \times (4-1)! = {}_{10}\mathrm{C}_6 \cdot 5! \times 3! \text{ 通り} $$

  あり，これらは同様に確からしい．

(1) 小さな円形テーブルに座る男子 4 人の選び方は ${}_6\mathrm{C}_4$ 通りあり，この 4 人の円順列は $(4-1)!$ 通りある．残り 6 人が座る大きいテーブルでの円順列は $(6-1)!$ 通りあるから，求める確率は

$$ \frac{{}_6\mathrm{C}_4 \cdot (4-1)! \times (6-1)!}{{}_{10}\mathrm{C}_6 \cdot 5! \times 3!} = \frac{{}_6\mathrm{C}_4}{{}_{10}\mathrm{C}_6} = \frac{\dfrac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1}}{\dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{3 \cdot 5}{10 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{1}{14} $$

である．

- ∘ 小さいテーブルのみに着目すると，小さいテーブルに座る人の選び方は ${}_{10}\mathrm{C}_4$ 通りあり，これらのうちすべてが男子であるのは ${}_6\mathrm{C}_4$ であるから，求める確率は

$$ \frac{{}_6\mathrm{C}_4}{{}_{10}\mathrm{C}_4} = \frac{{}_6\mathrm{C}_4}{{}_{10}\mathrm{C}_6} = \frac{1}{14} $$

  である．

(2) 男子と女子を交互に座らせるには，まず，大きい円形のテーブルで，男子 3 人の円順列 ${}_5\mathrm{C}_3(3-1)!$ 通りをつくり，女子 3 人を間に座らせる $(5 \cdot 4 \cdot 3$ 通り)．ついで，小さい円形のテーブルでは，男子の円順列 $(2-1)!$ をつくり，女子 2 人を間に座らせればよい ($2!$ 通り)．求める確率は

$$ \frac{{}_5\mathrm{C}_3(3-1)! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \times (2-1)! \cdot 2!}{{}_{10}\mathrm{C}_6 \cdot 5! \times 3!} = \frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_6 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 2}{10 \cdot 9 \cdot 7} = \frac{1}{63} $$

である．