数直線上を動く点Pがある．1回の試行につきコイン1枚とサイコロ1個を同時に投げる．コインの表が出たら正の方向にサイコロの出た目の数だけ P を移動させ，コインの裏が出たら負の方向にサイコロの出た目の数だけ P を移動させる．

(1) P が最初は 0 にあるとき，この試行を 2 回行った後，P が 2 にある確率を求めよ．
(2) P が最初は 0 にあるとき，この試行を 3 回行った後，P が 0 にある確率を求めよ．

(24 青森公立大 2)

【答】

(1) $\dfrac{1}{16}$

(2) $\dfrac{5}{95}$

【解答】

(1) k 回目の試行での P の移動量を x_k とおくと，x_k は

$$x_k = -6,\ -5,\ \cdots,\ -1,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 6$$

の 12 通りがあり，どの確率も

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

である．

P が最初 0 にあり，試行 2 回後，P が 2 にある確率は

$$x_1 + x_2 = 2 \qquad \cdots\cdots ①$$

となる確率である．① を満たす組 $(x_1,\ x_2)$ は

$$\begin{aligned}(x_1,\ x_2) = {} & (-4,\ 6),\ (-3,\ 5),\ (-2,\ 4),\ (-1,\ 3),\\ & (1,\ 1),\ (3,\ -1),\ (4,\ -2),\ (5,\ -3),\ (6,\ -4)\end{aligned}$$

の 9 通りがある．

よって，求める確率は

$$9 \times \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} = \boldsymbol{\frac{1}{16}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(2) P が最初 0 にあり，試行 3 回後，P が 0 にある確率は

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \qquad \cdots\cdots ②$$

となる確率である．② を満たす組 $(x_1,\ x_2,\ x_3)$ のうち $x_1 \leqq x_2 \leqq x_3$ を満たすものは

$$\begin{aligned}(x_1,\ x_2,\ x_3) = {} & (-6,\ 1,\ 5),\ (-6,\ 2,\ 4),\ (-6,\ 3,\ 3),\\ & (-5,\ -1,\ 6),\ (-5,\ 1,\ 4),\ (-5,\ 2,\ 3),\\ & (-4,\ -2,\ 6),\ (-4,\ -1,\ 5),\ (-4,\ 1,\ 3),\ (-4,\ 2,\ 2),\\ & (-3,\ -3,\ 6),\ (-3,\ -2,\ 5),\ (-3,\ -1,\ 4),\ (-3,\ 1,\ 2),\\ & (-2,\ -2,\ 4),\ (-2,\ -1,\ 3),\ (-2,\ 1,\ 1),\\ & (-1,\ -1,\ 2)\end{aligned}$$

の 18 通りがある．これらの中で異なる 3 数の組が 12 通り，2 つが同じ数である組は 6 通りあるから，$x_1,\ x_2,\ x_3$ の大小の制限をはずすと，組 $(x_1,\ x_2,\ x_3)$ は

$$12 \times 3! + 6 \times 3 = 72 + 18 = 90 \text{ 通り}$$

ある．

よって，求める確率は

$$90 \times \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5}{4^3 \cdot 3^3} = \boldsymbol{\frac{5}{96}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．