(1) $\cos x = 0$ を満たす x は，$0 \leqq x < 2\pi$ の範囲に二つある．そのうち，値が小さい方は $x =$ $\boxed{ア}$ であり，大きい方は $x =$ $\boxed{イ}$ である．

$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい．)

⓪ 0	① $\dfrac{\pi}{6}$	② $\dfrac{\pi}{3}$	③ $\dfrac{\pi}{2}$
④ $\dfrac{2}{3}\pi$	⑤ $\dfrac{5}{6}\pi$	⑥ π	⑦ $\dfrac{7}{6}\pi$
⑧ $\dfrac{4}{3}\pi$	⑨ $\dfrac{3}{2}\pi$	ⓐ $\dfrac{5}{3}\pi$	ⓑ $\dfrac{11}{6}\pi$

(2) (i) $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式

$$\cos 3x + \cos 2x + \cos x = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

を考える．

三角関数の加法定理により

$$\cos 3x = \cos(2x + x) = \boxed{ウ}$$

$$\cos x = \cos(2x - x) = \boxed{エ}$$

が成り立つ．これらを用いると

$$\cos 3x + \cos 2x + \cos x = \left(\boxed{オ} + 1\right)\cos 2x \qquad \cdots\cdots ②$$

が得られる．

② により，① は $\boxed{カ}$ 個の解をもつことがわかる．そのうち，最も小さい解は $x = \dfrac{\pi}{\boxed{キ}}$ であり，2 番目に小さい解は $x = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi$ である．

$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい．)

⓪ $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$	① $\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x$
② $-\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$	③ $-\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x$
④ $\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$	⑤ $\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$
⑥ $-\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$	⑦ $-\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$

$\boxed{オ}$ の解答群

⓪ $\sin x$	① $-\sin x$	② $\cos x$	③ $-\cos x$
④ $2\sin x$	⑤ $-2\sin x$	⑥ $2\cos x$	⑦ $-2\cos x$

(ii) n を 3 以上の自然数とする．$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式

$$\cos(n+1)x + \cos nx + \cos(n-1)x = 0 \qquad \cdots\cdots ③$$

を考える．

(i) と同じように考えると，③ のすべての解を求めることができる．そのうち，最も小さい解は $x=$ $\boxed{コ}$ であり，2 番目に小さい解は $x=$ $\boxed{サ}$ である．

$\boxed{コ}$，$\boxed{サ}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい．)

⓪ 0	① $\frac{\pi}{6}$	② $\frac{\pi}{4}$	③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{2}$	⑤ $\frac{2}{3}\pi$	⑥ $\frac{\pi}{n}$	⑦ $\frac{2}{n}\pi$
⑧ $\frac{3}{n}\pi$	⑨ $\frac{\pi}{2n}\pi$	ⓐ $\frac{3}{2n}\pi$	ⓑ $\frac{5}{2n}\pi$

(24 共通テスト 本試験 II 3)

【答】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
3	9	5	4	6	6	4	2	3	9	a

【解答】

(1) $\cos x=0$ を満たす x $(0\leqq x<2\pi)$ は，二つあり小さい方から順に

$$x=\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}\ (③),\quad \boldsymbol{\frac{3}{2}\pi}\ (⑨) \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(2) (i) $0\leqq x<2\pi$ のとき，方程式

$$\cos 3x+\cos 2x+\cos x=0 \qquad \cdots\cdots ①$$

を考える．三角関数の加法定理により

$$\cos 3x=\cos(2x+x)=\boldsymbol{\cos 2x\cos x-\sin 2x\sin x}\quad (⑤) \qquad \cdots\cdots(答)$$

$$\cos x=\cos(2x-x)=\boldsymbol{\cos 2x\cos x+\sin 2x\sin x}\quad (④) \qquad \cdots\cdots(答)$$

が成り立つ．これらを用いると

$$\begin{aligned}&\cos 3x+\cos 2x+\cos x\\&=(\cos 2x\cos x-\sin 2x\sin x)+\cos 2x+(\cos 2x\cos x+\sin 2x\sin x)\\&=2\cos 2x\cos x+\cos 2x\\&=(\boldsymbol{2\cos x}+1)\cos 2x\quad (⑥) \qquad \cdots\cdots ② \qquad \cdots\cdots(答)\end{aligned}$$

が得られる．②より，①の解は

$$2\cos x+1=0 \quad または \quad \cos 2x=0$$

$$\cos x=-\frac{1}{2} \quad または \quad \cos 2x=0$$

$0\leqq x<2\pi$ より

$$x=\frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi \quad または \quad 2x=\frac{\pi}{2},\ \frac{3}{2}\pi,\ \frac{5}{2}\pi,\ \frac{7}{2}\pi$$

$$\therefore\quad x=\frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi,\ \frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi,\ \frac{5}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi$$

である．

以上から，①は **6** 個の解をもつことがわかる． ……(答)

$$\text{最も小さい解は } x=\frac{\pi}{\mathbf{4}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

であり，

$$\text{2 番口に小さい解は } x=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\pi \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(ii) n は 3 以上の自然数である．$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式

$$\cos(n+1)x+\cos nx+\cos(n-1)x=0 \qquad \cdots\cdots ③$$

を考える．

(i) と同じく考えると，③の左辺は

$$\begin{aligned}
&\cos(n+1)x+\cos nx+\cos(n-1)x\\
&=(\cos nx\cos x-\sin nx\sin x)+\cos nx+(\cos nx\cos x+\sin nx\sin x)\\
&=(2\cos x+1)\cos nx
\end{aligned}$$

となるから，③ の解は

$$2\cos x+1=0 \quad \text{または} \quad \cos nx=0$$

$$\cos x=-\frac{1}{2} \quad \text{または} \quad \cos nx=0$$

$0 \leqq x < 2\pi$ より

$$x=\frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi \quad \text{または} \quad nx=\frac{\pi}{2},\ \frac{3}{2}\pi,\ \cdots,\ \left(2n-\frac{3}{2}\right)\pi,\ \left(2n-\frac{1}{2}\right)\pi$$

$$\therefore\quad x=\frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi \quad \text{または} \quad x=\frac{\pi}{2n},\ \frac{3}{2n}\pi,\ \cdots,\ \left(2-\frac{3}{2n}\right)\pi,\ \left(2-\frac{1}{2n}\right)\pi$$

ここで，$n \geqq 3$ より

$$\frac{\pi}{2n}<\frac{3}{2n}\pi \leqq \frac{\pi}{2}<\frac{2}{3}\pi$$

であるから，③の解のうち

$$\text{最も小さい解は } x=\frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2n}} \quad (⑨) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

であり，

$$\text{2 番目に小さい解は } x=\frac{\mathbf{3}}{\boldsymbol{2n}}\boldsymbol{\pi} \quad (ⓐ) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．