負の定数 k に対して

$$\sin\theta\cos\theta = k \qquad \cdots\cdots ①$$

を満たす θ について考えよう．ただし，$0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする．

(1) ① を満たす θ が存在するとする．このとき，θ は $\boxed{\text{ア}}$ であるから，

$\sin\theta$ $\boxed{\text{イ}}$ $\cos\theta$ が成り立つ．

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ 鋭角	① 直角	② 鈍角

$\boxed{\text{イ}}$ の解答群

⓪ $<$	① $=$	② $>$

(2) $k = -\dfrac{7}{18}$ のとき，$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．よって

$$\cos\theta = \frac{\boxed{\text{カキ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

が得られる．このことから，$k = -\dfrac{7}{18}$ のとき，① を満たす θ は二つ存在することがわかる．これら二つの θ のうち，小さい方の大きさは $\boxed{\text{コ}}$ である．なお，$\sqrt{2} = 1.41\cdots$，$\sqrt{3} = 1.73\cdots$ である．

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ 0° より大きく 30° 未満	① 30° 以上 45° 未満
② 45° 以上 60° 未満	③ 60° 以上 90° 未満
④ 90° 以上 120° 未満	⑤ 120° 以上 135° 未満
⑥ 135° 以上 150° 未満	⑦ 150° 以上 180° 未満

(24 共通テスト 追・再試験 I 2〔1〕)

【答】

ア	イ	ウエ	オ	カキ	ク	ケ	コ
2	2	16	9	-4	2	6	4

【解答】

$$\sin\theta\cos\theta = k \quad (0^\circ < \theta < 180^\circ,\ k < 0) \qquad \cdots\cdots ①$$

(1) ① を満たす θ が存在するとき，$\sin\theta > 0,\ k < 0$ より $\cos\theta < 0$ であり

θ は鈍角　　(②)　　……(答)

であるから

$$\sin\theta > \cos\theta \quad (②) \qquad \cdots\cdots(答)$$

が成り立つ．

(2) $k=-\dfrac{7}{18}$ のとき

$$\begin{aligned}(\sin\theta-\cos\theta)^2 &= \sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta\\ &= 1-2\cdot\left(-\frac{7}{18}\right)\\ &= \boldsymbol{\frac{16}{9}} \qquad \cdots\cdots(答)\end{aligned}$$

である．

$\sin\theta>\cos\theta$ であるから

$$\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$$

であり，① とあわせると

$$\left(\frac{4}{3}+\cos\theta\right)\cos\theta=-\frac{7}{18}$$

$$18\cos^2\theta+24\cos\theta+7=0$$

$$\therefore \quad \cos\theta=\frac{-12\pm\sqrt{12^2-18\cdot 7}}{18}=\frac{-12\pm\sqrt{18}}{18}=\boldsymbol{\frac{-4\pm\sqrt{2}}{6}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

が得られる．このことから，$k=-\dfrac{7}{18}$ のとき，① を満たす θ は二つ存在することがわかる．これら二つの θ のうち，小さい方の θ による $\cos\theta$ の値は

$$\cos\theta=\frac{-4+\sqrt{2}}{6}\left(>\frac{-4+1.4}{6}=-\frac{2.6}{6}=-0.43\cdots\right)$$

であり，$0>\cos\theta>\cos 120^\circ(=-0.5)$ を満たす．よって，θ の小さい方の大きさは

$\mathbf{90^\circ}$ **以上** $\mathbf{120^\circ}$ **未満**　(④) $\qquad\cdots\cdots$(答)

である．