

一辺の長さが  $a$  の正四面体の高さを求めなさい。

(24 公立千歳科技大 理工 1(8))

【答】  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

【解答】

一辺の長さが  $a$  の正四面体  $OABC$  の頂点  $O$  から体面  $ABC$  に下した垂線の足を  $H$  とおくと、 $H$  は  $\triangle ABC$  の外心である。正三角形  $\triangle ABC$  の外心は重心でもあるから、 $BC$  の中点を  $M$  とおくと

$$AH : HM = 2 : 1$$

である。

$$AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot a \sin \frac{\pi}{3} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

であるから、高さ  $OH$  は

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}a = \frac{\sqrt{6}}{3}a \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

