

$(i - 1)^{30}$ を計算すると である。ただし、 i は虚数単位である。

(25 会津大 1(6))

【答】

ト
32768 <i>i</i>

【解答】

$i - 1$ を極形式で表すと

$$\begin{aligned} i - 1 &= \sqrt{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right) \end{aligned}$$

であり、ド・モアブルの定理を用いて計算すると

$$\begin{aligned} (i - 1)^{30} &= (\sqrt{2})^{30} \left(\cos \frac{30 \cdot 3}{4}\pi + i \sin \frac{30 \cdot 3}{4}\pi \right) \\ &= 2^{15} \left(\cos \frac{45}{2}\pi + i \sin \frac{45}{2}\pi \right) \\ &= 1024 \cdot 32 \left\{ \cos \left(22\pi + \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(22\pi + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \\ &= \mathbf{32768} \, i \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。