

$(i-1)^{30}$ を計算すると ト である. ただし, i は虚数単位である.

(25 会津大 1(6))

【答】	ト
	$32768 i$

【解答】

$i-1$ を極形式で表すと

$$\begin{aligned} i-1 &= \sqrt{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{3}{4} \pi + i \sin \frac{3}{4} \pi \right) \end{aligned}$$

であり, ド・モアブルの定理を用いて計算すると

$$\begin{aligned} (i-1)^{30} &= (\sqrt{2})^{30} \left(\cos \frac{30 \cdot 3}{4} \pi + i \sin \frac{30 \cdot 3}{4} \pi \right) \\ &= 2^{15} \left(\cos \frac{45}{2} \pi + i \sin \frac{45}{2} \pi \right) \\ &= 1024 \cdot 32 \left\{ \cos \left(22\pi + \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(22\pi + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \\ &= \mathbf{32768 i} \end{aligned}$$

.....(答)

である.